

Języki formalne i techniki translacji 2010

Zadanie 3, Lista 4

Bartosz Chodorowski <166142@student.pwr.wroc.pl>

25 kwietnia 2010

1 Treść zadania

Udowodnij, że jeśli dla pewnego języka L istnieje niedeterministyczny automat skończony rozpoznający go, to istnieje również niedeterministyczny automat skończony rozpoznający język $L^R = \{w : w^R \in L\}$.

2 Rozwiązanie

Niech $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ będzie NFA takim, że $L = L(M)$.

Weźmy $M' = (Q \cup \{p\}, \Sigma, \delta', p, \{q_0\})$, gdzie δ' definiujemy w następujący sposób:

$$\delta'(p, \varepsilon) = F \qquad (\forall a \in \Sigma)(\forall r, s \in Q) \quad \delta'(r, a) \ni s \iff \delta(s, a) \ni r$$

Twierdzenie 1.

$$L^R = L(M')$$

Dowód. Niech $x = x_1x_2 \cdots x_n$ oraz $x \in L^R$. Jest to równoważne z tym, że $x^R \in L$. Istnieje zatem ścieżka $q_0q_1 \cdots q_n$ akceptująca x^R w M :

$$\begin{array}{rcl} \delta(q_0, x_n) & \ni & q_1 \\ \delta(q_1, x_{n-1}) & \ni & q_2 \\ \delta(q_2, x_{n-2}) & \ni & q_3 \\ & \vdots & \\ \delta(q_{n-1}, x_1) & \ni & q_n \\ q_n & \in & F \end{array}$$

Konstruując M' otrzymujemy:

$$\begin{array}{rcl}
 F = \delta'(p, \varepsilon) & \ni & q_n \\
 \delta'(q_n, x_1) & \ni & q_{n-1} \\
 \delta'(q_{n-1}, x_2) & \ni & q_{n-2} \\
 & \vdots & \\
 \delta'(q_1, x_n) & \ni & q_0
 \end{array}$$

co oznacza, że istnieje ścieżka $pq_nq_{n-1} \cdots q_0$ akceptująca x w M' , czyli $x \in L(M')$.

Pokazaliśmy więc, że $x \in L^R \iff x \in L(M')$, więc $L^R = L(M')$.

□